Arbeit, Energie und Leistung

Skript 2024/2025
Physik – FMS 1

Erstellt von
Krisanth Vyithiyalingam
www.vyk-mip.ch

fms | THUN
Eine Institution des Kantons Bern

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Arbeit

1.1 Was ist eine Erhaltungsgrösse

In der Mechanik gibt es drei besonders wichtige physikalische Grössen, nämlich:

- die physikalische Arbeit W, die an einem Körper verrichtet wird, bzw. dessen Energie E,
- die Translationsgrösse Impuls $\vec{p}$ eines geradlinig bewegten Körpers und
- die Rotationsgrösse Drehimpuls $\vec{L}$ eines rotierenden Körpers.

Die *Arbeit* ist das (Skalar-)Produkt aus der Kraft, die an einem physikalischen Körper angreift, und dem (unter deren Wirkung) zurückgelegten Weg. Die Einheit der Arbeit ist Newton $\cdot$ Meter (Nm) oder Joule (J).

Der *Impuls* ist das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit eines bewegten Körpers. Die Einheit beträgt Kilogramm $\cdot \frac{\text{Meter}}{\text{Sekunde}}$ (kg$\frac{m}{s}$).

Der *Drehimpuls* ist das (Vektor-)Produkt aus Impuls und Radius eines rotierenen Körpers (oder Massepuntes). Die Einheit beträgt Kilogramm $\cdot \frac{\text{Meter}^2}{\text{Sekunde}}$ (kg$\frac{m^2}{s}$).

Vorerst sind diese drei Grössen scheinbar willkürlich gewählte Produkte physikalischer Grössen. Sie sind aber von besonderem physikalischem Interesse, weil für sie sogenannte *Erhaltungssätze* gelten: der Energie-, der Impuls- und der Drehimpulssatz. Es hat sich herausgestellt, dass die Gesamtenergie, der Gesamtimpuls bzw der Gesamtdrehimpuls eines Körpers Erhaltungsgrössen sind, die sich bei gewissen Prozessen, z.B bei Translations- oder Rotationsbewegungen, unter bestimmten Bedingungen nicht ändern. Ursprünglich wurden diese Erhaltungssätze aus den Newton'schen Gesetzen abgeleitet (Impuls- und Drehimpulssatz), oder sie waren das Resultat von experimentellen Untersuchungen.

Die Bedeutung von Impuls und Drehimpuls wird im Grundlagenfach Physik nicht durchgenommen und wird erst im Schwerpunktfach genauer behandelt.

1.2 Arbeit

Normalerweise denkt man beim Begriff Arbeit an etwas, das eine körperliche oder geistige Anstrengung erfordert. Im Alltag können verschiedene Dinge gemeint sein, wenn von der Arbeit die Rede ist, z.B.:

- eine bewusste, schöpferische Handlung (z.B einer Künstlerin),
- eine Tätigkeit, die ausgeführt werden muss (etwa Putzen im Haushalt),
- die Erwerbstätigkeit eines Industriearbeiters,

- eine Arbeitsstelle, die ich nach einem Bewerbungsgespräch erhalten habe,
- eine Prüfung an einer Schule,
- in der Ökonomie auch ein Produktionsfaktor neben Kapital und Boden.

In der Physik wird dieser umgangssprachliche Begriff der Arbeit stark eingeschränkt und präzisiert. Eine physikalische Arbeit ist das mathematische Produkt aus der aufgewendeten Kraft $\vec{F}$ mal dem zurückgelegten Weg $\vec{s}$. Genauer: Unter der Arbeit W verstehen wir das Skalarprodukt von Kraft und Weg.

Definition Arbeit:

1.3 Beispiele physikalischer Arbeit

Beispiel 1: Ziehen eines Wagens:

Beispiel 2: Anheben einer Last:

Es gibt vier verschiedene Formen der Arbeit, nämlich die Hubarbeit, die Beschleunigungsarbeit, die Reibungsarbeit und die Spannarbeit, welche nun genauer angeschaut wird.

1.3.1 Hubarbeit

Definition Hubarbeit W_H:

Aufgabe: Berechnen Sie die Hubarbeit W_H, welche verrichtet werden muss, um eine Kiste der Masse $m = 10\,\text{kg}$ in ein Obergeschoss zu tragen, welches $h = 15\,\text{m}$ weiter oben ist.

1.3.2 Beschleunigungsarbeit

Definition Beschleunigungsarbeit W_B:

Aufgabe: Berechnen Sie die verrichtete Beschleunigungsarbeit W_B an der Bowlingkugel der Masse $m = 5\,\text{kg}$, wenn diese auf $v = 12\,\text{km/h}$ beschleunigt wurde. Reibungseffekte werden hier vernachlässigt.

1.3.3 Reibungsarbeit

Definition Reibungsarbeit W_R:

Aufgabe: Ein Holzstück hat eine Masse von $5\,\text{kg}$ und liegt auf einem Holztisch. Das Objekt wird $4\,\text{m}$ weit nach rechts geschoben. Wie gross ist die Reibungsarbeit in diesem Beispiel? Der Reibungskoeffizient sei 0.4.

1.3.4 Spannarbeit

Definition Spannarbeit W_S:

Aufgabe: Ein Gewicht zieht mit einer Kraft von 50 N am unteren Ende einer Feder. Diese verlängert sich dadruch um eine Strecke von 12 cm. Wie viel Spannarbeit wurde dadurch verrichtet?

1.4 Aufgaben

1) Einstiegsaufgaben

   a) Eine Tasche mit der Masse von 5 kg wird 2 m angehoben. Wie gross ist die Hubarbeit?

   b) Ein Klotz hat eine Gewichtskraft von 20 N. Die Reibungszahl liegt bei 0.2. Der Klotz wird 2 m weit geschoben. Welche Reibungsarbeit wird verrichtet?

   c) Ein Gewicht zieht mit einer Kraft von 50 N an einer Feder. Diese verlängert sich um 12 cm. Wie viel Federspannarbeit wurde dadurch verrichtet?

   d) Ein 2 t schwerer Wagen beschleunigt mit 3 m/s^2 über einen Weg von 200 m. Wie viel Beschleunigungsarbeit wurde verrichtet?

2) Wenn man eine Kiste um 1 m anhebt, wird Arbeit verrichtet. Verrichtet man auch Arbeit, wenn man die Kiste längere Zeit in dieser Höhe hält? Handelt es sich um Arbeit, wenn Sie die Kiste von einem Ort A zum Ort B auf gleicher Höhe tragen?

3) Ein Koffer der Masse m = 20 kg wird mit einer Geschwindigkeit von 4 km/h auf einer horizontalen Strasse drei Stunden lang getragen. Wie gross ist die verrichtete Arbeit?

4) Durch eine Kraft $F_{Zug} = 15$ N wird ein Körper über eine 5 m lange Strecke gezogen. Wie gross ist die dabei verrichtete Arbeit?

5) Ein Körper der Masse m = 400 kg werde durch eine Beschleunigung a = 3 m/s^2 aus der Ruhe auf die Geschwindigkeit v = 60 km/h beschleunigt. Man bestimme die dazu erforderliche Arbeit.

6) Ein Wanderer der Masse 70 kg trägt einen 7 kg schweren Rucksack auf einen um 200 m höher gelegenen Gipfel eines Berges hinauf. Wie viel Hubarbeit verrichtet er am Rucksack, wie viel insgesamt?

7) Welche Arbeit ist nötig, um zehn auf der Erde liegende, 7 cm hohe und 35 N schwere Ziegelsteine aufeinander zu stapeln?

8) Ein Fahrzeug mit einer Masse von 1000 kg wird von 0 m/s konstant auf 30 m/s beschleunigt. Wie gross ist die dabei verrichtete Beschleunigungsarbeit?

9) Ein Fahrzeug mit einer Masse von 750 kg wird aus dem Stand 10 s lang mit einer konstanten Beschleunigung 2.5 m/s^2 beschleunigt. Wie gross ist die dabei verrichtete Arbeit?

10) Sandro hat im Migros zwei Harassen mit je 6 Flaschen Milch eingekauft. Zuhause hebt er die Flaschen die Treppe hoch und dann auf dem horizontalen Zugangsweg bis zur Haustüre. Hier läutet er und wartet, bis seine Mutter die Tür öffnet. In welchen Abschnitten dieses Transportes verrichtet Sandro mechanische Arbeit an den Flaschen? In welchen verrichtet er keine Arbeit?

11) Wie gross ist die verrichtete Arbeit an den genannten Gegenständen?

    a) Sie heben einen 130 g schweren Schlüsselbund, welcher von einem 80 cm hohen Tisch herunter gefallen ist, wieder auf.

    b) Sie heben im Kraftraum eine Hantel mit 50 kg Masse 30 cm vom Boden hoch.

    c) Sie halten dieselbe Hantel 30 s mit gestreckten Armen über dem Kopf.

12) Louis (Masse 62 kg) wartet mit seinem Velo (12 kg) vor einem Rotlicht. Bei Grün beschleunigt er 4.4 s lang gleichmässig und legt dabei die Strecke 14 m zurück. Wie gross ist die verrichtete Beschleunigungsarbeit?

13) Arbeit in unterschiedlichen Situationen.

    a) Das Motorrad beschleunigt (a = $5m/s^2$) auf einer Strecke von 100 m. Das Motorrad wiegt mit dem Fahrer 150 kg. Welche Arbeit hat der Motor also verrichtet?

b) Der Traktor zieht den 16-Scharen-Pflug über ein Feld von 730 m. Die Kraft, die benötigt wird, um den Pflug zu ziehen, beträgt 30 kN (eine extrem grosse Reibungskraft). Um das ganze Feld zu pflügen, muss der Traktor 50-mal hin und her fahren. Welche Arbeit verrichtet der Traktor, bis er das ganze Feld gepflügt hat?

c) Der Gewichtheber hält ein Gewicht (140 kg) für 2 Sekunden in 2.2 Meter Höhe. Wie viel arbeitet er dabei?

d) Der Kran hebt eine Last ($m = 450\,kg$) in eine Höhe von 75 m. Welche Arbeit verrichtet der Kran dabei?

e) Die Magnetschwebebahn rast mit durchschnittlich 250 km/h durch Schanghai. Sie legt dabei eine Strecke von 12.5 km zurück. Welche Arbeit wird dabei am Zug verrichtet?

f) Eine Feder (Federkonstante $D = 12\,N/m$) wird gespannt. Dabei wird die Feder um 10 cm gestreckt. Welche Arbeit in Joule wird hier verrichtet?

14) Bruno zieht Monika auf dem Schlitten (Gesamtmasse 55 kg) einen 50 m langen Schlittelweg mit 7.5 m Höhendifferenz hinauf. Die Reibung des Schlittens auf dem Schnee beträgt 108 N. Wie viel Arbeit verrichtet Bruno dabei?

Kapitel 2

Energie

Es gibt verschiedene physikalische Prozesse: Bewegungen, Wärmeaustausch, elektrische und chemische Vorgänge, Kernreaktionen usw. In all diesen Prozessen spielt eine Grösse immer wieder eine zentrale und wichtige Rolle: die Energie. Sie bildet gewissermassen das Bindeglied aller physikalischen Prozesse. Im Alltag ist viel von Energie die Rede. Doch wenige Leute verstehen wirklich, was darunter genau gemeint ist. In diesem Kapitel lernen wir diese, vielleicht wichtigste, physikalische Grösse kennen. Später werden wir immer wieder darauf zurück kommen.

Eng verknüpft mit dem physikalischen Begriff Arbeit, ist die Energie. Um diesen Begriff kennenzulernen, schauen wir uns ein Beispiel an: Die Arbeit, die man in einen Gegenstand hineinsteckt, indem man diesen in die Höhe stemmt, ist nicht einfach verloren, sondern aufgrund der Gravitation und der erhöhten Lage gespeichert und weiterhin verfügbar. Wir nennen diese gespeicherte Arbeit Energie. Energie ist also gespeicherte Arbeit, und damit die Fähigkeit eines Systems Arbeit zu verrichten. Beim Absenken eines Gegenstandes, kann die hineingesteckte Arbeit wiederum genutzt werden. So gibt es beispielsweise einfache, mechanische Uhren, welche die Energie aus einem Antriebsgewicht beziehen. Ebenso wird ein Wasserrad durch höhergelegenes Wasser angetrieben. Die Arbeit, welche aufgrund der Lage im Wasser gespeichert ist, kann durch Absenken wieder gewonnen werden.

Zusammengefasst können wir folgendes sagen, wie in Abbildung 2.1 dargestellt wurde:

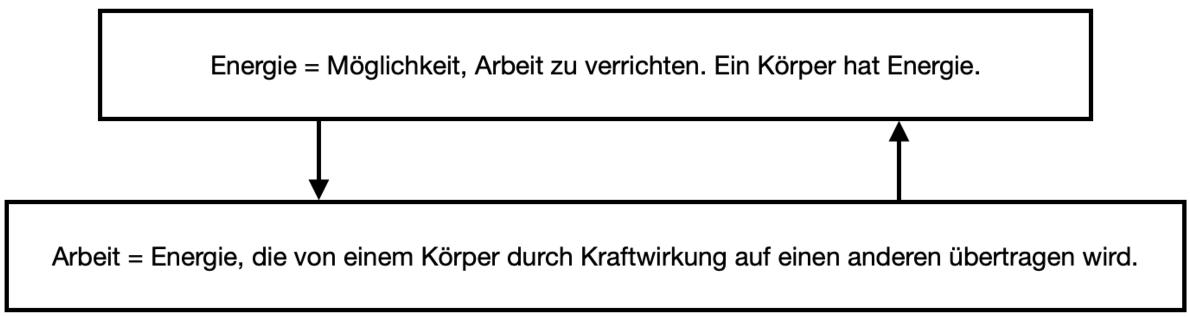


Abbildung 2.1: Unterschied zwischen Arbeit und Energie.

In Abbildung 2.2 wurde der Unterschied zwischen der Energie und der Arbeit symbolisch dargestellt.

Beobachtung:

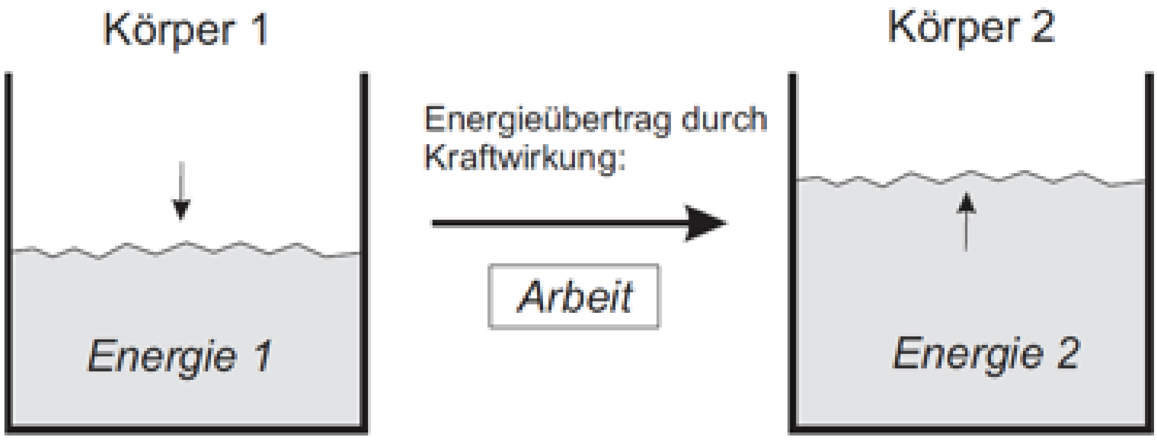


Abbildung 2.2: Unterschied zwischen Arbeit und Energie.

Es gibt verschiedene Energieformen, jedoch werden wir in den nächsten Kapiteln nur die kinetische und die potentielle Energie sowie die Federenergie in Betracht ziehen.

2.1 Potentielle Energie

Auf irgendeiner Art und Weise stecken wir Arbeit in die Kiste, wenn wir sie um eine Höhendifferenz Δh anheben. Und wir müssen sie so oder so in die Kiste stecken, auf welchem Weg auch immer. Tatsächlich steckt diese Arbeit dann in der Kiste, und zwar in Form von Energie. Wir werden gleich sehen, dass es verschiedene Formen von Energien gibt. In diesem Unterkapitel geht es um die "Höhenenergie" oder Lageenergie, weil es um die Lage des Objekts geht. Sie wird in der Physik als die potentielle Energie bezeichnet, symbolisch: E_{pot}.

Wenn wir eine Kiste der Masse m um die Höhendifferenz Δh anheben, steigern wir ihre potentielle Energie um die Arbeit W, die wir dabei investieren:

ΔE_{pot}:

Die Energie ist das, was in der Kiste drin steckt. Die Arbeit ist die Energieinvestition bzw. der Energietransfer[1]. Die investierte Arbeit ist also gleich der Energie, die am Schluss zusätzlich in der Kiste steckt. Natürlich hat die Energie deshalb auch dieselbe (SI-)Einheit wie die Arbeit, nämlich das Joule: $[E] = \mathrm{Nm} = \mathrm{J}$. In der Formel haben wir ΔE_{pot} geschrieben, d.h. es war von einer (potentiellen) Energiedifferenz bzw. einer Energieerhöhung die Rede. Auf der rechten Seite der Formel haben wir Δh hingeschrieben, also die Höhendifferenz, um die wir die Kiste angehoben haben. Doch wie gross ist die potentielle Energie E_{pot} absolut gesehen? Es müsste gelten:

E_{pot}:

wobei h die absolute Höhe ist. Allerdings gibt es keine absolute Höhe. Höhen sind immer relativ. Ist es die Höhe über Meer oder die Höhe über (oder unter) dem Boden des Raums, in dem wir experimentieren. Die Wahl der Nullhöhe ist natürlich willkürlich. Genauso ist auch die Wahl des Nullniveaus für die potentielle Energie willkürlich. Mit der Höhe $\mathrm{h} = 0\,\mathrm{m}$ setzen wir auch $E_{pot} = 0\,\mathrm{J}$. Potentielle Energien sind

[1] Man kann das mit der Finanzwirtschaft vergleichen: Die Arbeit entspricht den Ausgaben bzw. Einnahmen, die potentielle Energie dem Kapital. Das Energie-Kapital des Objekts (d.h. die potentielle Energie) wird durch dessen Energie-Einnahmen und -Ausgaben (d.h. die Arbeit) verändert.

also auch relativ. Wenn wir ein Objekt vom Boden hochheben, dann geben wir ihm eine potenentielle Energie relativ zum Boden.

Das hat auch einen Vorteil: Wir werden das Nullniveau für die Höhe und die potentielle Energie jeweils möglichst geschickt festlegen, so dass die Betrachtung der Situation möglichst einfach wird.

Die Tatsache, dass wir zum Anheben einer Kiste so oder so dieselbe Arbeit investieren müssen, leuchtet mit Hilfe des Energiebegriffs ein: wenn die Kiste nachher um Δh höher liegt, ist ihre potentielle Energie entsprechend höher, unabhängig davon, wie wir das bewerkstelligt haben. Und diese zusätzliche potentielle Energie müssen wir als Arbeit investieren.

Aber auch die Formel für die Arbeit bzw. die potentielle Energie ist plausibel. Einerseits müssen diese Grössen proportional zur Höhendifferenz bzw. zum Weg sein. Wenn wir nämlich eine Kiste um einen Meter anheben, investieren wir dafür eine bestimmte Arbeit bzw. Energie. Wenn wir sie dann noch einen Meter höher heben, investieren wir nochmals dieselbe Arbeit. Für die doppelte Höhendifferenz benötigen wir deshalb doppelt soviel Arbeit. Tatsächlich ist die Arbeit nach unserer Formel proportional zum Weg.

Wenn wir eine Kiste hochheben, stecken wir eine bestimmte potentielle Energie hinein. Wenn wir zwei (gleich schwere) Kisten (um dieselbe Höhendifferenz) heben, stecken wir diesen Energiebetrag in jede der beiden Kisten. Insgesamt investieren wir also die doppelte Energie. Wir benötigen beim Heben nun aber auch die doppelte Kraft. Die verrichtete Arbeit (d.h. die investiere Energie) muss somit proportional zur Kraft sein, wie es in unserer Formel der Fall ist.

2.2 Kinetische Energie

Neben der potentiellen Energie, existiert auch noch die Bewegungsenergie. Sie wird auch als die kinetische Energie bezeichnet. Alles, was sich bewegt, hat eine Bewegungsenergie bzw. eine kinetische Energie.

Wenn ein Objekt still steht, hat es natürlich keine kinetische Energie. Seine Bewegungsenergie erhält es, indem wir es beschleunigen. Um es zu beschleunigen, benötigen wir eine Kraft, durch die das Objekt einen Weg zurücklegt. D.h. wir leisten Arbeit am Objekt, d.h. wir stecken Energie hinein, eben: Bewegungsenergie. Die geleistete Arbeit ist gleich der kinetischen Energie, die schliesslich im Objekt steckt.

Die kinetische Energie des Objekts können wir also berechnen, indem wir die Arbeit ausrechnen, die für die Beschleunigung erforderlich ist. Dabei vernachlässigen wir die Reibung. Durch die Reibung wird das Objekt nämlich nicht schneller. Vielmehr wird sie in Wärmeenergie umgewandelt, mit der wir uns erst später befassen werden.

Wenn F die Kraft ist, die wir für die Beschleunigung benötigen und s die Beschleunigungsstrecke ist, dann ist die verrichtete Arbeit:

W:

Die Kraft können wir mit der Beschleunigung ausdrücken, und zwar mit Hilfe des zweiten Newton'schen Axioms: $F = ma$. Dabei ist m die Masse der Kiste. Es folgt:

W:

Nun können wir aber die Geschwindigkeit v auf verschiedene Arten erreichen: Wir können eine geringere Beschleunigung wählen, dafür aber entsprechend länger beschleunigen. Dann legen wir entsprechend mehr

Weg zurück, bis wir die gewünschte Geschwindigkeit v erreicht haben. Die kinetische Energie der Kiste darf aber nicht davon abhängen, wie wir die Geschwindigkeit v erreicht haben. Sie darf nur vom Endzustand abhängen, d.h. von der Geschwindigkeit v (und natürlich auch von der Masse m der Kiste). Deshalb werden wir die Formel entsprechend umformen: Für den Beschleunigungsweg (bei Beschleunigung aus dem Stillstand) gilt bekanntlich:

s:

W:

E_{kin}:

Bei der Herleitung ist auch die Beschleunigung a herausgefallen. Die kinetische Energie hängt also tatsächlich nicht vom Beschleunigungsprozess (d.h. von a und s) ab, sondern nur von der erreichten Geschwindigkeit v und der Masse m. Die Bewegungsenergie bezieht sich auf den Zustand des Objekts — unabhängig davon, wie es diesen Zustand erreicht hat. Das gilt auch für die potentielle Energie. Sie hängt nur von der Höhe des Objekts ab und nicht davon auf welchem Weg diese erreicht wurde.

2.3 Federenergie

Wenn wir eine Feder verlängern oder zusammendrücken, benötigen wir auch eine Kraft (und zwar in Wegrichtung, d.h. in der Richtung der Verlängerung). Es wird also auch Arbeit verrichtet. Die Energie, die wir dabei in der Feder speichern, nennen wir Spannenergie oder Federenergie. Sie wird in kinetische und evtl. in potentielle Energie verwandelt, wenn wir die Feder loslassen.

Die Spannenergie wird in der Feder (oder einem anderen elastischen Objekt) gespeichert. Genauso ist es eigentlich auch mit der potentiellen Energie. Wir haben bisher gesagt, dass sie in der Kiste steckt. Wenn wir die Kiste gegen die Schwerkraft hochheben, entfernen wir die Kiste unter Kraftaufwand von der Erde. Das ist ähnlich wie das Auseinanderziehen einer Feder. Und so wie die Spannenergie in der Feder gespeichert ist, können wir sagen, die potentielle Energie sei im Graviationsfeld zwischen der Kiste und der Erde gespeichert (das die beiden zusammenzieht).
Die Federenergie beträgt:

E_S:

2.4 Energieerhaltung

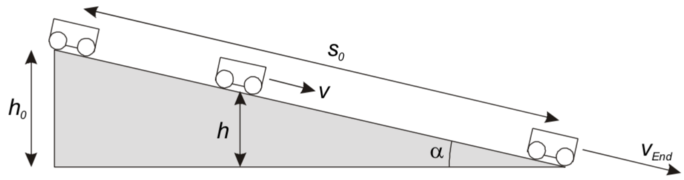
Neben der Energie, welche aufgrund der Lage in einem Körper gespeichert ist, gibt es zahlreiche weitere Energieformen. Um eine Feder zu spannen, wird eine Kraft benötigt und dementsprechend ist in der gespannten Feder Energie gespeichert. Ebenso wird eine Kraft benötigt, um einen Gegenstand in Bewegung zu versetzen; es wird also Arbeit in diesen Gegenstand gesteckt. Diese Arbeit ist in Form von Bewegungsenergie im Gegenstand und dessen Geschwindigkeit gespeichert. Es zeigt sich im Experiment, dass die Summe aller Energieformen immer erhalten bleibt. Das bedeutet Energie wird weder zerstört noch erzeugt, sondern in andere Energieformen umgewandelt. Betrachtet man z.B. ein Pendel, so lässt sich einfach erkennen, dass die Geschwindigkeit am tiefsten Punkt am höchsten ist. Diese Bewegung ist entstanden, indem sich das Pendel aus einer erhöhten Lage auf der einen Seite, in eine tiefere Lage versetzt hat. Die potentielle Energie, welche auf der rechten Seite vorhanden war, hat sich in kinetische Energie am tiefsten Punkt der Bewegung umgewandelt. Umgekehrt wird die kinetische Energie, welche im mittleren Zustand vorhanden ist, im weiteren Verlauf der Bewegung in eine höhere Lage und somit wieder in potentielle Energie umgewandelt. Betrachtet man zu einem beliebigen Zeitpunkt die Summe der beiden Energieformen, so stellt man fest, dass diese immer gleich gross ist. Wir können uns also folgenden für die Physik sehr wichtigen Satz merken:

Energieerhaltungssatz:

2.4.1 Rechenbeispiele

2.4.1.1 Aufgabe 1

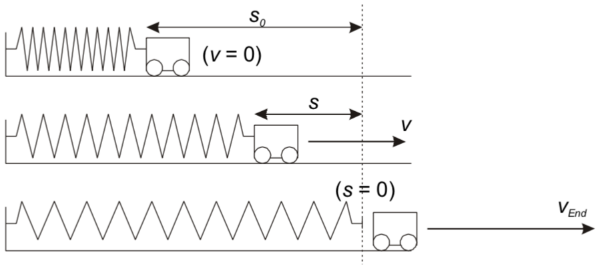
Ein Wagen rollt reibungsfrei eine Strecke auf einer schiefen Unterlage hinunter. Während er an Höhe verliert, wird er schneller und schneller. Wie kann man die Geschwindigkeit berechnen, welche er am Ende der Strecke erreicht hat? Welche Geschwindigkeit hat der Wagen an irgendeinem Punkt auf der Strecke? Diese Aufgabe soll mit der Energieerhaltungssatz gelöst werden.



Bedeutung der Symbole:
h_0: anfängliche Höhe des Wagens (Beispiel: $h_0 = 0.1\,\mathrm{m}$)
m: Masse des Wagens (Beispiel: m $= 0.5\,\mathrm{kg}$)
α: Steigungswinkel der Unterlage (Beispiel: $\alpha = 12°$)
s_0 : Strecke, welche der Wagen insgesamt zurücklegt
v_{End}: Endgeschwindigkeit, welche der Wagen am Ende der Strecke erreicht
h, v: Höhe und Geschwindigkeit des Wagens an irgendeinem Punkt auf der Strecke

2.4.1.2 Aufgabe 2

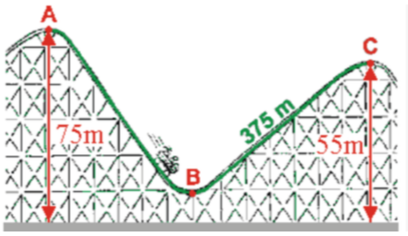
Ein reibungsfrei rollender Wagen wird durch eine gespannte Feder beschleunigt. Während sich die Feder ausdehnt und entspannt, wird der Wagen beschleunigt. Wie kann man die Geschwindigkeit berechnen, welche er am Schluss erreicht? Welche Geschwindigkeit hat der Wagen an irgendeinem Punkt auf der Strecke?



Bedeutung der Symbole:
s_0: anfängliche Stauchung der Feder (= Strecke, welche der Wagen insgesamt zurücklegt)
m: Masse des Wagens
v_{End}: Endgeschwindigkeit, welche der Wagen am Ende der Strecke erreicht
s, v: Stauchung der Feder und Geschwindigkeit des Wagens an irgendeinem Punkt auf der Strecke

2.4.1.3 Aufgabe 3

Ein Wagen mit einer Masse von $m = 300\,\mathrm{kg}$ der abgebildeten Achterbahn startet aus dem Stillstand im Punkt A, durchläuft B und erreicht schliesslich den Punkt C. A befinde sich 75 m, B 10 m und C 55 m über dem Boden.
a) Beschreibe die Umwandlung der Energieformen im Verlauf des Weges von A nach B und C.
b) Wie viel kinetische Energie besitzt der Wagen im tiefsten Punkt B maximal?
c) Wie schnell ist der Wagen im tiefsten Punkt?
d) Wie viel Energie ging "verloren", wenn der Wagen im Punkt C zum Stillstand gekommen ist? Wo ist diese Energie?



2.5 Weitere Energieformen

Wir erwähnen an dieser Stelle einige weitere Energieformen:

- Elektrische Energie: Elektrische Energie ist ebenfalls potentielle Energie. Nur ist sie nicht im Gravitationsfeld gespeichert, sondern im elektrischen Feld.
- Chemische Energie: Wenn wir Gegenstände heben, uns bewegen und unsere Umgebung durch unsere Abwärme heizen, setzen wir die chemische Energie der Lebensmittel um, die wir gegessen haben. Chemische Energie wird z.B. auch bei chemischen Explosionen frei. Die Chemie basiert auf den elektrischen Kräften zwischen den Atomen. Daher ist chemische Energie letztlich potentielle elektrische Energie.
- Nicht nur im Gravitations- und im elektrischen Feld kann Energie gespeichert werden, sondern auch in anderen Kraftfeldern. Heute sind noch zwei weitere solche Felder bekannt, die Kraftwechselwirkungen verursachen: die sogenannte schwache und die starke Wechselwirkung. Die schwache Wechselwirkung verursacht z.B. nukleare Umwandlungsprozesse wie Kernzerfälle. Die starke Wechselwirkung hält z.B. die Atomkerne zusammen[2]. Ein Teil dieser Energie wird bei Kernfusionsprozessen frei, die in der Sonne und anderen Sternen ablaufen und diese zum Leuchten bringen.
- Nach der Relativitätstheorie ist die Masse gewissermassen "gefrorene" Energie. Ein Objekt der Masse m besitzt allein durch seine Masse die Energie $E = mc^2$. Dabei ist $c = 2.9979 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ die Lichtgeschwindigkeit. In einem Kilogramm Zucker steckt also eine Energie von rund 10^{17} J. Das ist extrem viel! Nur können wir diese Energie nicht einfach freisetzen.

Der Energieerhaltungssatz gilt ganz allgemein. Alle erwähnten Energieformen können grundsätzlich ineinander umgewandelt werden. Aber insgesamt ist die Gesamtenergie immer erhalten. Oder kurz:

$$\mathrm{E} = \mathrm{const}$$

Die Gesamtenergie E ist konstant. In dieser ganz allgemeinen Form ist der Energieerhaltungssatz eine der grundlegendsten und wichtigsten Aussagen der Physik, die quer durch alle ihre Teilgebiete gilt.

Wenn wir die Energieerhaltung betrachten, müssten wir eigentlich alle diese Energieformen berücksichtigen. Wenn wir aber eine entsprechende Gleichung aufstellen, brauchen wir nur jene Energieformen zu berücksichtigen, die während des betrachteten Prozesses ändern. Denn diejenigen Energienanteile, die gleich bleiben, kürzen sich sowieso heraus.

2.6 Energieerhaltung in abgeschlossenen Systemen

In der Physik betrachten wir meistens nicht einzelne Objekte, sondern ganze Systeme von Objekten, die sich gegenseitig beeinflussen. Wir sprechen dann von physikalischen Systemen. Z.B. können wir den Stausee mit dem Kraftwerk und dem Elektrizitätsnetz (inkl. elektrische Geräte) als ein physikalisches System betrachten. Ein physikalisches System definieren wir so, dass die wesentlichen physikalischen Prozesse, die wir betrachten wollen, innerhalb dieses Systems ablaufen, bzw. so, dass alle äusseren Einflüsse berücksichtigt sind.

Wenn aber in unser Elektrizitätsnetz Energie eingespiesen wird, die wir nicht berücksichtigen, stimmt der Energieerhaltungssatz so natürlich nicht mehr. Ebenso ist es, wenn wir Energie exportieren. Ausserdem erhält das System auch Energie von der Sonne, welche das Wasser in den Stausee hebt. Eigentlich müssen wir also das System soweit erweitern, dass die Energielieferanten und -abnehmer, aber auch die Sonne miteinbezogen werden. Wir müssen das System so wählen, dass es keinen Energieaustausch mit

[2] Die starke Wechselwirkung hält ausserdem die Protonen und Neutronen selbst zusammen, die ihrerseits aus sogenannten Quarks bestehen.

der Umgebung gibt. Nur dann ist der Energieerhaltungssatz anwendbar.

Ein System, das keine Energie mit der Aussenwelt austauscht, nennen wir ein abgeschlossenes System.

Der Energieerhaltungssatz lautet damit exakt formuliert: Die Gesamtenergie in einem abschlossenen System ist erhalten.

Wenn Energie mit der Umgebung ausgetauscht wird, müssen wir diese Umgebung in die Rechnung einbeziehen. Entweder wir fassen das System weit genug oder wir berücksichtigen die Energiezu- und abfuhr als Input bzw. Output.

Kurz: Damit der Energieerhaltungssatz gilt, müssen wir alle Energien, welche im Spiel sind, berücksichtigen. Das ist eigentlich klar!

2.7 Aufgaben

1) Ein Auto besitzt eine Masse von 1000 kg. Berechnen Sie seine kinetische Energie, wenn es mit einer Geschwindigkeit $v = 120\,\text{km/h}$ auf der Autobahn fährt.

2) Auto 1 und Auto 2 haben beide dieselbe Masse. Auto 1 fährt doppelt so schnell wie Auto 2. Wie verhalten sich die kinetischen Energien dieser beiden Autos?

3) Eine Kugel der Masse $m = 5\,\text{kg}$ wird mit einer Geschwindigkeit $v = 10\,\text{m/s}$ senkrecht nach oben geschossen.

   a) Erreicht die Kugel eine Höhe von 8 m?

   b) Welche Geschwindigkeit hat die Kugel auf der Höhe $h = 3\,\text{m}$?

4) Ein Junge der Masse $m = 40\,\text{kg}$ rutscht auf folgender Rutschbahn von Punkt A nach B hinunter (Reibung vernachlässigt). Die Höhe h beträgt 2.5 m. Der Winkel α beträgt 30°. Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Jungen beim Punkt B.

5) Eine Masse von $m = 10\,\text{kg}$ wird zum Zeitpunkt $t = 0\,\text{s}$ aus einer Höhe von 45 m fallengelassen. Erstellen Sie eine Tabelle, die bei Zeiten $t = 0, 1, 2, 3\,\text{s}$ die Grössen Höhe über Boden, Geschwindigkeit von m, E_{kin} und E_{pot} darstellt.

6) Ein Radfahrer kommt mit $v_0 = 10\,\text{m/s}$ an einem Abhang, an dem er, ohne zu bremsen, 5 m an Höhe verliert.

   a) Dann prallt er auf ein Hinternis. Mit welcher Geschwindigkeit prallt er auf das Hinternis?

   b) Aus welcher Höhe hätte er frei fallen müssen, um mit gleicher Geschwindigkeit aufzutreffen?

7) Berechnen Sie die kinetische Energie:

   a) eines Fussgängers (m = 70 kg, v = 5 km/h)

   b) eines Velofahrers (m = 80 kg, v = 35 km/h)

   c) eines Motorrades inkl. Fahrer? (m = 300 kg, v = 17 m/s)

8) Die kinetische Energie eines Motorrades (m = 320 kg) beträgt 100000 J. Wie schnell ist das Motorrad unterwegs in km/h bzw. m/s?

9) Ein Wagen im Physikunterricht (m = 1 kg) besitzt auf einer flachen Bahn eine Geschwindigkeit von 2 m/s.

   a) Wie gross ist dessen kinetische Energie?

b) Diese Energie wird in potentielle Energie umgewandelt indem der Wagen auf einer ansteigenden Strecke hochrollt. Welche Höhe über dem Boden kann der Wagen maximal erreichen?

10) Ein Velo wiegt 10 kg und Sie erreichen damit eine Anhöhe, welche 10 m höher liegt als der Ausgangspunkt. Die Geschwindigkeit auf der Höhe ist 12 km/h. Wie gross sind die kinetische und potentielle Energie, welche Sie auf dem Weg nach oben aufgewendet wurde mindestens?

11) Welche Geschwindigkeit erreicht ein Pendel (0.1 kg) am tiefsten Punkt maximal? Anfangs ist der Schwerpunkt des Pendels um 12 cm in senkrechter Richtung ausgelenkt.

12) Ein PKW prallt mit 70 km/h gegen ein festes Hindernis. Welche Fallhöhe ergibt sich, wenn man den Vorgang mit einem senkrechten Sturz vergleicht?

13) Elia schiesst mit seiner Steinschleuder einen Stein mit der Geschwindigkeit 15 m/s senkrecht nach oben. In welcher Höhe ist die Geschwindigkeit nur noch halb so gross wie beim Abschuss?

Kapitel 3

Leistung

3.1 Definition

Bei der Einführung in die Energie haben wir gesehen, dass die Arbeit unabhängig von der Zeit ist. Egal, ob wir eine Masse schnell oder langsam um die gleiche Höhe heben, das Ergebnis ist beiden Fällen dasselbe. Deshalb haben wir auch in beiden Fällen gleich viel Energie in die Masse gesteckt, d.h. gleich viel Arbeit an ihm verrichtet. Dennoch kann es von Interesse sein, wie "schnell" wir Arbeit leisten. So sieht es auch mit der Bewegung selbst aus: für den zurückgelegten Weg s, in unserem Beispiel die Höhe, spielt es im Endeffekt keine Rolle, ob wir den Weg schnell oder langsam zurückgelegt haben. Dennoch kann es von Interesse sein, wie schnell wir uns bewegen. Deshalb haben wir die Geschwindigkeit v als den zurückgelegten Weg Δs pro Zeitabschnitt Δt definiert:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{3.1.1}$$

Die Geschwindigkeit sagt uns, wie schnell wir den Weg zurücklegen.

Dementsprechend definieren wir eine Grösse, die ausdrückt, wie schnell die Arbeit in einem Prozess verrichtet wird. Diese Grösse ist die Leistung. Die Leistung ist die geleistete Arbeit ΔW pro Zeitabschnitt Δt:

Definition:

Die SI - Einheit der Leistung ist [P] = J/s = W. Umgekehrt können wir auch die Energieeinheit Joule als Wattsekunde schreiben: J = Ws. Oft wird die Kilowattstunde mit einer Leistungseinheit verwechselt. Doch die Kilowattstunde ist ebenso eine Energieeinheit wie die Wattsekunde, denn sie ist ebenfalls das Produkt einer Leistungs- und einer Zeiteinheit. Es gilt:

$$\mathrm{kWh} = 10^3\,\mathrm{W} \cdot 3600\,\mathrm{s} = 3.6 \cdot 10^6\ \mathrm{J}$$

3.2 Bewegungsleistung

Um die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs aufrecht zu erhalten, benötigen wir eine Kraft, welche den Fahrwiderstand (Reibung und Luftwiderstand) aufhebt. Dadurch geht Energie "verloren" oder besser gesagt: sie wird (als Wärme und kinetische Energie der Luftteilchen) an die Umgebung abgegeben. Deshalb muss das Fahrzeug Energie nachliefern, um die Geschwindigkeit aufrecht zu erhalten. Wir berechnen nun, wie gross die benötigte Leistung ist, um die Geschwindigkeit v aufrecht zu erhalten, wenn der Fahrwiderstand bzw. die erforderliche Antriebskraft F ist.

Beim Zurücklegen der Strecke Δs wird die Arbeit $\Delta \mathrm{W} = \mathrm{F}\Delta \mathrm{s}$ geleistet. Die Arbeit, die pro Zeitabschnitt Δt geleistet wird, ist die Leistung:

$$\mathrm{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \mathrm{F}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Mit der Definitionsformel für die Geschwindigkeit folgt:

$$P = Fv \tag{3.2.1}$$

Ganz allgemein wird diese Leistung erbracht, wenn die Geschwindigkeit v eines Objekts aufrecht erhalten wird, indem die Kraft F (gegen eine gleich grosse Gegenkraft) aufgewendet wird.

3.3 Wirkungsgrad

3.3.1 Definition

Wenn Maschinen Arbeit verrichten, bzw. eine bestimmte Leistung erbringen, dann treten immer Verluste auf. Natürlich geht nicht wirklich Energie verloren. Aber ein Teil der Energie wird in verschiedenen Formen umgewandelt, die von uns nicht als nützlich betrachtet werden (z.B. Reibungsverluste, Abwärme). Es ist allerdings eine Frage der Wertung, was wir als Nutz- und was wir als Verlustleistung definieren. Letztlich ist es also eine Frage des Standpunkts bzw. der Ziele, die eine Maschine verfolgen soll. Z.B. könnte die Abwärme einer Maschine genutzt werden. Dann könnte man die genutzte Abwärme ebenfalls zur Nutzleistung zählen. Wenn einer Maschine die Leistung P_{zu} zugeführt wird, so gibt sie die Leistung P_{ab} in nützlicher Form ab. Nun ist es von Interesse, welcher Anteil der zugeführten Leistung P_{zu} für unsere Zwecke genutzt werden kann. Diesen Anteil nennen wir Wirkungsgrad η (griechischer Buchstabe "eta"):

Definition Wirkungsgrad:

Wenn z.B. $P_{ab} = 0.6P_{zu}$ ist (60% von P_{zu}), dann ist der Wirkungsgrad $\eta = 0.6$ oder 60%. Der Wirkungsgrad einer Maschine kann sich je nach Betriebszustand (z.B. Tourenzahl etc.) verändern.

3.3.2 Gesamtwirkungsgrad

Wie verhält sich der Gesamtwirkungsgrad, wenn wir mehrere Maschinen hintereinander schalten, von denen jede einen bestimmten Wirkungsgrad hat? Z.B. könnte die Turbine eines Kraftwerks einen Wirkungsgrad $\eta_1 = 80\%$ haben und der Generator einen solchen von $\eta_2 = 70\%$ (siehe Abbildung 4.1). Dann bleiben nach der Turbine noch 80% der zugeführten Leistung P_{zu} übrig. Also ist die zwischen den Maschinen fliessende Leistung $P_{12} = \eta_1 P_{zu}$. Nach dem Generator sind es noch 70% von P_{12}, d.h. 70% von 80%. Das sind 56%. Oder als Formel:

P_{ab}:

Wenn wir der gesamten Anlage den Gesamtwirkungsgrad η zuweisen, muss

$$P_{ab} = \eta \, P_{zu} \tag{3.3.1}$$

gelten. Der Gesamtwirkungsgrad ist also:

$$\eta = \tag{3.3.2}$$

Allgemein ist der Gesamtwirkungsgrad η von n hintereinander geschalteten Maschinen das Produkt der Einzelwirkungsgrade $\eta_1, \eta_2, ..., \eta_n$:

$$\eta = \tag{3.3.3}$$

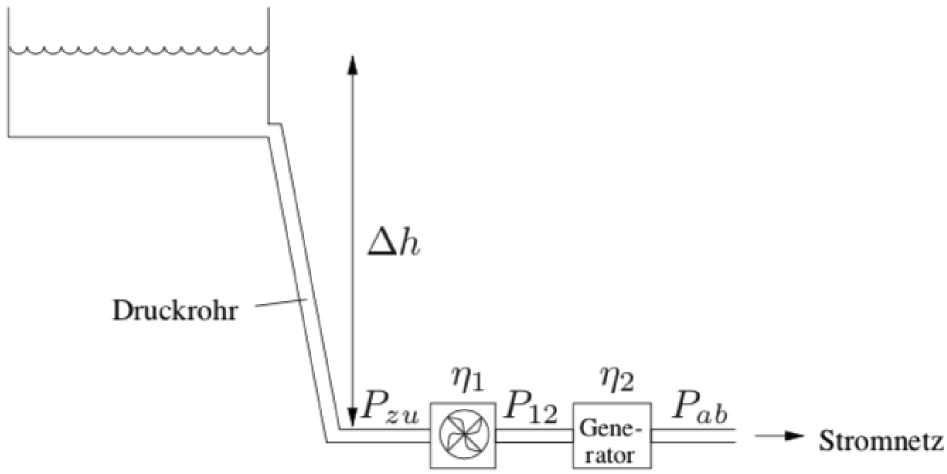


Abbildung 3.1: Wasserkraftwerk.

3.4 Aufgaben

1) Ein Mensch mit einer Masse von $m = 70\,\text{kg}$ kann im Mittel eine Höhendifferenz von ca. 300 m in einer Stunde überwinden. Berechnen Sie die mittlere Leistung.

2) Ein 95 kg schwerer 100 m Sprinter beschleunigt beim Starten innerhalb der ersten 6 s auf eine Geschwindigkeit von 12 m/s. Berechnen Sie dessen Leistung.

3) Wie lange braucht eine Pumpe (Leistung des Pumpenmotors 4.5 kW) um aus einem 5 m tiefen Brunnenschacht 1000 l Wasser zu fördern?

4) Oftmals braucht man auch für Energieangaben (Stromzähler im Haushalt) die Einheit kWh. Wie gross ist 1 kWh? Fünf 100 W Glühbirnen haben zusammen 4 kWh Energie verbraucht. Wie lange waren sie angeschaltet?

5) Wie gross ist jeweils die insgesamt verrichtete Arbeit?

   a) Mixer mit 150 W Leistung läuft 5.0 min.
   b) Pumpe mit 1.4 kW Leistung läuft 10 min.
   c) Kleinwagen mit 50 kW Leistung in 10 min.
   d) Lastwagen mit 300 PS während 10 h Fahrt.

6) Die durchschnittliche Leistung eines menschlichen Herzens beträgt etwa 1.5 W. Rechnen Sie nach, wie viel Liter Blut so pro Sekunde 30 cm hochgepumpt werden könnten. $\rho_{Blut} = 1050\ \text{kg/m}^3$.
(Tipp: Dichte = Masse/Volumen)

7) Ein Haarföhn hat die Leistung 1600 W. Angela braucht rund 7.5 min, um ihre Haare zu trocknen. Wie viele Personen mit Durchschnittlich 70 kg Masse müssten im Prime Tower auf das 126 m hohe Dach hinaufsteigen, um physikalisch gleich viel Energie umzusetzen wie Angela beim Föhnen?

8) Der Höhenunterschied von einem Stausee zum Kraftwerk (Turbine) beträgt 645 m.

   a) Wie gross ist die elektrische Leistung der Turbine maximal, wenn pro Sekunde $24\,\mathrm{m}^3$ Wasser durch die Turbinen geleitet werden?

   b) Warum ist Sie in der Realität trotzdem etwas tiefer?

   c) Wie viel Prozent gehen verloren, wenn 140 MW genutzt werden können?

9) Wenn ein VW Polo mit der konstanten Geschwindigkeit 120 km/h auf der Autobahn fährt, gibt der Motor eine Leistung von 45 kW an die Räder ab. Der Benzinverbrauch beträgt 7.5 Liter auf 100 km. Der Energiegehalt von Benzin liegt bei 15 kWh pro Liter. Bestimmen Sie aus diesen Angaben den Wirkungsgrad des Autos.

10) Eine Solarzelle wird von der Sonne mit einer Leistung von 500 Watt beschienen. Wie lange dauert es, bis sie 2 kWh elektrische Energie ins Stromnetz eingespiesen hat, wenn ihr Wirkungsgrad 14% beträgt?