

Kapitel 1

Hydrostatik

K A P I T E L Z I E L E :

- Sie wissen, wie die Dichte definiert wurde. Sie sind in der Lage, mit der Formel für die Dichte, einfache Berechnungen durchzuführen. Auch können Sie die Dichte mit den Formeln aus der Wärmelehre in Verbindung setzen.
- Sie kennen die Definition des Drucks, sind in der Lage den Druck in verschiedenen Einheiten (bar, Pa, hPa, mbar, mmHg) anzugeben und einfache Berechnungen durchzuführen.
- Sie können das Prinzip der Hydraulik wiedergeben und auf konkrete Situationen anwenden.
- Sie wenden die Formel des Schweredrucks auf einfache Aufgaben an und können den hydrostatischen Paradoxon erklären.

1.4 Hydraulik

Die Vorrichtungen, bei denen Kräfte mit Hilfe von Flüssigkeiten übertragen und verstärkt werden, nennt man hydraulische Systeme. Beispiele für hydraulische Systeme sind der Wagenheber und die Bremsanlage eines Autos. Auch Bagger, Planiertrappen, Schaufellader, Kipperfahrzeuge und moderne Traktoren arbeiten mit solchen Vorrichtungen. Wie hydraulische Systeme funktionieren, ist vereinfacht im unteren Bild (siehe Abbildung 1.4) dargestellt: Auf den Kolben 1 (Querschnittsfläche $A_1 = 10 \text{ cm}^2$) wird eine Kraft von $|\vec{F}_1| = 1.0 \text{ kN}$ ausgeübt. Der Druck p in der Flüssigkeit beträgt also:

$$p = \frac{|\vec{F}_1|}{A_1} \Rightarrow p = \frac{1.0 \cdot 10^3 \text{ N}}{10 \text{ cm}^2} = 1.0 \cdot 10^2 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 10 \text{ bar}$$

Weil der Druck überall in der Flüssigkeit gleich gross ist, übt diese auf jeden Quadratcentimeter der Begrenzungsfläche eine Kraft von 100 N aus. Die Kraft auf Kolben 2 (Querschnittsfläche $A_2 = 60 \text{ cm}^2$) beträgt daher:

$$p = \frac{|\vec{F}_2|}{A_2} \Leftrightarrow |\vec{F}_2| = p \cdot A_2 \Rightarrow |\vec{F}_2| = 1.0 \cdot 10^2 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \cdot 60 \text{ cm}^2 = 6.0 \text{ kN}$$

Die Kraft, die von der Flüssigkeit auf den zweiten Kolben ausgeübt wird, kann leicht vergrößert werden. Man muss nur einen Kolben mit grösserer Querschnittsfläche verwenden. Hydraulische Systeme verändern Beträge und Richtungen von Kräften, sie sind Kraftwandler – genau wie Hebel. Während aber Hebel oft unförmig lang sind, lassen sich entsprechende hydraulische Systeme auf recht kleinem Raum unterbringen. In den heute verwendeten hydraulischen Systemen beträgt der Druck bis zu 200 bar. Als Flüssigkeit wird Öl verwendet.

Beispiel 19: Die Scheibenbremsen eines Autos sollen mit einer Kraft von 10 kN (von jeder Seite) angespresst werden. Der Druck in der Bremsleitung erreicht 200 bar. Welche Fläche muss ein Bremskolben aufweisen?

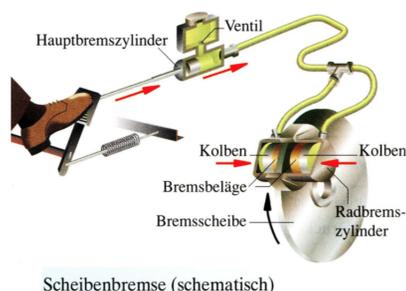
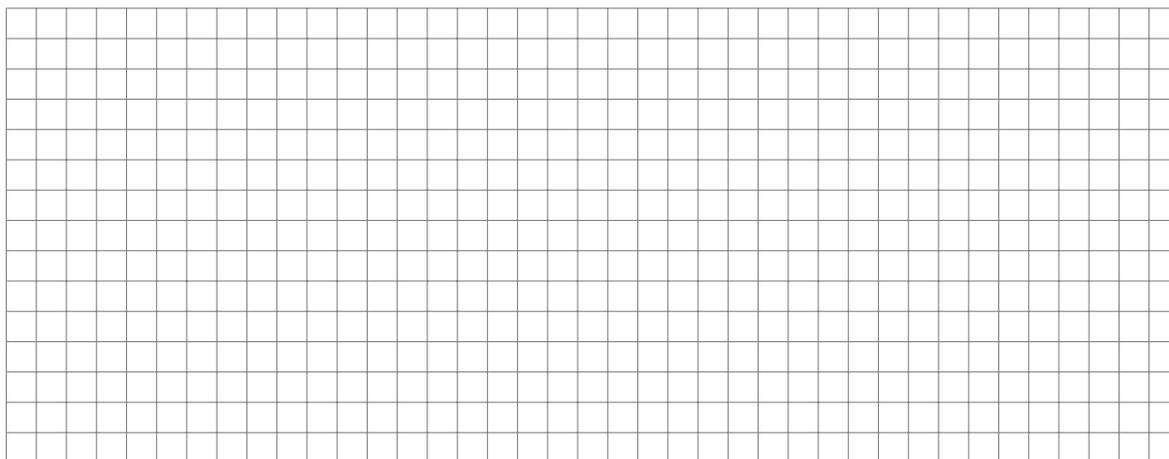


Abbildung 1.4: Funktionsweise eines hydraulischen Systems.



Merksatz:

1.6 Der Luftdruck

Ebenso wie eine Flüssigkeit erzeugt auch die Erdatmosphäre infolge der Gewichtskraft einen Schweredruck, den Luftdruck. Er schwankt von Ort zu Ort und auch mit der Zeit, wie man z.B. aus den Wetterkarten in der Zeitung entnehmen kann (siehe Abbildung 1.6). Die Orte mit gleichem Luftdruck sind dort durch Linien verbunden (sogenannte Isobaren), und man erkennt Hoch- und Tiefdruckgebiete, die wesentlich unser Wetter bestimmen. Die Grösse des Luftdrucks ist an diesen Linien angegeben, z.B. 1010, d.h. $1010 \text{ hPa} = 1010 \text{ mbar}$. Die Druckangaben beziehen sich auf Meereshöhe bei 0°C .



Abbildung 1.6: Wetterkarte mit den Isobaren eingezeichnet.

Schon Otto von Guericke (1602–1686) beschäftigte sich mit dem Luftdruck und er gilt als Begründer der Vakuumtechnik. Er untersuchte die Eigenschaften des (Teil-)Vakuums in einer Vielzahl von Versuchen und konnte zeigen, dass das Licht den luftleeren Raum durchdringt, der Schall jedoch nicht. Sein spektakuläres Experiment zur Nachweis des Luftdrucks mit den sogenannten Magdeburger Halbkugeln (Halbkugeln aus Kupfer) im Sommer 1657 brachten ihm grosse Anerkennung. Die Halbkugeln wurden mittels einer Dichtung zusammengelegt und die Luft aus dem Innern abgepumpt. Anschliessend wurden vor jede Halbkugel acht Pferde gespannt, die sie auseinander reissen sollten, was aber nicht gelang. Als die Kugel wieder mit Luft gefüllt wurde, fielen sie von allein auseinander. Mit seinen weiteren Versuchen hat Guericke auch die Hypothese des "horror vacui", der "Abscheu vor der Leere" widerlegt. Guericke bewies, dass Stoffe nicht vom Vakuum angesaugt werden, sondern vom Umgebungsdruck in das Vakuum gedrückt werden.

1.7 Aufgaben

Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf das Kapitel 1.2 Die Dichte ρ .

- 1) Gold. Gold. Gold.
 - a) Bestimmen Sie das Volumen von 1 kg Gold.
 - b) Welche Kantenlänge hat ein Würfel mit diesem Volumen?
 - c) Das gesamte Gold, das bisher auf der Erde geschürft wurde, beläuft sich auf ca. 200'000 Tonnen. Wie gross ist die Kantenlänge eines Würfels, den man damit herstellen könnte?
- 2) Wie viele Luftballons mit dem Volumen von 5 Liter können mit 100 kg Helium (bei normalem Luftdruck und einer Temperatur von 0°C) befüllt werden?
- 3) Als Faustregel gilt: Gasförmige Substanzen haben eine Dichte von ca. $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, flüssige Substanzen eine Dichte von etwa $10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Kennen Sie Ausnahmen?
- 4) Frisch gefallener Schnee hat ca. eine Dichte von $0.20 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, Eis eine Dichte von $0.92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ und Wasser eine Dichte von $1.00 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.
 - a) Berechnen Sie die Masse und die Gewichtskraft einer 30 cm dicken Schicht frisch gefallenen Schnees auf einem Flachdach von 20 m Länge und 10 m Breite.
 - b) Berechnen Sie, wie viel Liter Wasser entstehen, wenn dieser Schnee schmilzt. Die Masse der Luft im Schnee ist zu vernachlässigen.
 - c) Berechnen Sie, wie viel cm^3 Luft in 1 dm^3 Schnee enthalten sind. Hinweis: In Schnee liegt Wasser als Eis vor, die Masse der Luft im Schnee ist wieder zu vernachlässigen.
- 5) Am Tor eines Holzwerks sind die Dichten verschiedener Holzarten für frisch gefällte Bäume angegeben: Fichte: $\rho_F = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, Tanne: $\rho_T = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und Buche: $\rho_B = 1100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.
 - a) Ein Holztransporter hat 30 m^3 Holz einer Art geladen. Im Holzwerk wird mit einer Waage die Masse des geladenen Holzes bestimmt. Der Transporter hat 27000 kg Holz geladen. Entscheiden Sie mit Hilfe einer Rechnung, welche Holzart der Transporter geladen hat.
 - b) Der Stamm einer frisch geschlagenen Buche hat im Durchschnitt ein Volumen von $V = 0.60 \text{ m}^3$. Berechnen Sie die Masse m des Holzstamms. Bestimmen Sie weiter, wie viele Holzstämme ein LKW maximal aufladen darf, wenn der LKW 19800 kg aufladen darf.
 - c) Wie viel Kubikmeter Fichtenholz darf ein LKW maximal aufladen, wenn der LKW 20000 kg zuladen darf?
 - d) Vor dem Holzwerk stoppt die Polizei einen LKW mit Buchenholz. Laut den Fahrzeugpapieren darf der LKW insgesamt 27000 kg Holz zuladen. Die Polizisten vermessen grob die Aussenmasse der Ladung und stellen dabei folgendes fest: Die Ladung ist 5 m lang, 2 m breit und 2.5 m hoch. Begründen Sie, ob der LKW-Fahrer zu viel Holz aufgeladen hat und eine Strafe bekommt oder ob die Polizei den LKW weiterfahren lassen kann.
- 6) Sirius B ist ein Stern, der zur Klasse der "weissen Zwerge" gehört. Er hat eine Dichte von ca. $10^6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.
 - a) Berechnen Sie, welches Volumen ein Mensch mit 75 kg hätte, wenn er aus dem gleichen Material wie Sirius B bestünde.
 - b) Vergleichen Sie das errechnete Volumen aus a) mit dem Volumen eines Likörgläschens von ca. 5 cm^3 .
- 7) Neutronensterne sind Sterne, die nur aus Neutronen bestehen. Sie haben eine Dichte von ungefähr $10^{15} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Berechnen Sie das Volumen eines mittleren Personenautos (ca. 1.5 t), wenn es ausschliesslich aus Neutronen bestünde.

- 8) Beschreiben Sie mithilfe einer Skizze, wie man vorzugehen hat, um die Dichte eines unregelmässig geformten Steins zu bestimmen.

Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf das Kapitel 1.3 *Der statische Druck*

- 9) Die SI-Einheit für den Druck ist das Pascal (Pa). Daneben gibt es als weitere in der Schweiz gesetzlich zugelassene Einheit das Bar (bar) und seine Untereinheit Millibar (mbar). Die Meteorologen verwenden die Untereinheit Hektopascal (hPa). Im Alltag brauchen viele Leute immer noch die (veralteten, nicht mehr zugelassenen) Einheiten Atmosphäre (at) und Atmosphärenüberdruck (atü). Diese Vielfalt von Einheiten für den Druck macht häufig Umrechnungen nötig. Rechnen Sie die angegebenen Grössen um.
- a) 1000 Pa in hPa, bar und mbar.
 - b) 1020 hPa in Pa, bar und mbar.
 - c) 0.60 bar in Pa, hPa und mbar.
 - d) 950 mbar in Pa, hPa und bar.
 - e) 2.4 at in bar.
 - f) 1.9 atü in at und bar.
- 10) Wie gross ist der mittlere Druck, der in folgenden Fällen auf die Unterlage wirkt?
- a) Ein 84 kg schwerer Mann steht auf einem Bein und berührt den Boden auf einer Fläche von 1.4 dm^2 .
 - b) Ein Elefant von 1.8 Tonnen Masse belastet gleichmässig seine vier Füsse mit je 380 cm^2 Auflagefläche.
 - c) Eine Frau von 50 kg tritt mit ihrem ganzen Gewicht auf einen spitzen Absatz mit 50 mm^2 Auflagefläche.
 - d) Eine Skifahrerin von 60 kg belastet gleichmässig ihre beiden 170 cm langen und 70 mm breiten Skier.
 - e) Ein Schuhmacher sticht mit einer Kraft von 2 N eine Stecknadel, deren Spitze eine Fläche von 0.01 mm^2 aufweist, in ein Stück Leder.
- 11) In einer Wasserleitung herrscht ein Druck von 5.3 bar. Welche Kraft braucht man, um die Öffnung eines Wasserhahns zuzuhalten? Die Fläche des Wasserhahns beträgt 1.4 cm^2 .
- 12) Die Scheibenbremsen eines Autos sollen mit 10 kN angepresst werden. Der Druck in der Bremsleitung erreicht 200 bar. Welche Fläche muss der Bremskolben folglich haben?
- 13) Erdgasleitungen werden mit einer Wandstärke von 2 cm für einen Betriebsdruck bis zu 170 bar ausgelegt. Welche Kraft wirkt in der Leitung auf eine Begrenzungsfläche von 7 cm^2 ?
- 14) Mit dem Druck in der Wasserleitung (ca. 2.5 bar) soll ein Wagen mit der Masse von 5000 kg um 2 m angehoben werden.
- a) Welche Querschnittsfläche muss der Kolben mindestens haben?
 - b) Wieviel Wasser ist dazu notwendig?

Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf das Kapitel 1.5 *Der Schweredruck*

- 15) Berechnen Sie den Druck, der 10 cm unter der Oberfläche von Wasser, Alkohol und Quecksilber besteht. Die Dichten finden Sie in Ihrem Formelbuch oder Sie können im Internet (z.B. Wikipedia) nachschlagen.
- 16) Wie hoch muss eine Quecksilbersäule sein, die den Druck von 1 bar erzeugt?

- 17) Der schweizer Tiefseeforscher Jaques Piccard tauchte am 23. Januar 1960 zusammen mit dem amerikanischen Marineleutnant Don Walsh mit der Trieste (Abbildung 1.7) auf den Grund des Challengerertiefs im Marianengraben. Sie erreichten dabei eine Tiefe von fast 11000 Metern. Wie gross war der absolute Druck? Wie gross ist dort die Kraft auf 1 cm^2 grosse Oberfläche einer Taucherkugel? Wirken die Kräfte nur auf die obere Halbkugel? Ist die Kraft auf 1 cm^2 überall exakt gleich gross?

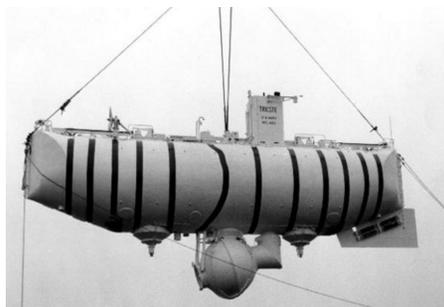


Abbildung 1.7: Trieste U-Boot

- 18) Welche Kraft wirkt auf 1.0 cm^2 der Körperoberfläche einer Taucherin in 50 m Tiefe? Der Luftdruck an der Wasseroberfläche beträgt 960 hPa .

Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf das Kapitel 1.6 Der Luftdruck

- 19) Der Physiker E. Torricelli (1608 – 1647) aus Italien untersuchte den Luftdruck. Er füllte ein einseitig offenes Rohr vollständig mit Quecksilber, drehte es um und tauchte das offene Ende in ein mit Quecksilber gefülltes Becken. Oben im Glasrohr herrscht Vakuum. Die Höhe der Quecksilbersäule variiert mit dem Luftdruck. Bei Normaldruck ist die Quecksilbersäule 760 mm hoch; berechnen Sie diesen Druck in bar und hPa.
- 20) Welche vertikale Ausdehnung (Höhe) hätte die Lufthülle der Erde, wenn sie bei einem Druck von 1.0 bar auf Meereshöhe über die ganze Höhe eine konstante Dichte von $1.2\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ hätte?
- 21) Anwendungen
- Man sagt häufig, man sauge mit einem Trinkhalm eine Flüssigkeit hoch. Was meint man eigentlich damit? Ist saugen der korrekte Ausdruck?
 - Kann man mit einer Vakuumpumpe aus einem 12 m tiefen Brunnen Wasser hochsaugen?
- 22) Ein 15 m langer durchsichtiger Wasserschlauch wird vollständig mit luftfreiem Wasser gefüllt. Ein Ende des Schlauchs wird verschlossen, das andere in eine wassergefüllte Wanne gehalten. Was geschieht, wenn man das verschlossene Ende 14 m hochzieht, während das andere Ende im Wasser bleibt?
- 23) Füllen Sie ein Glas mit ebenem Rand ganz mit Wasser, legen Sie ein Papierblatt auf und drehen Sie dann das Glas schnell um.
- Warum läuft das Wasser nicht aus?
 - Welcher Druck herrscht oben am Boden des Glases (Höhe des Glases 30 cm , Luftdruck 1 bar)?
 - Wie hoch dürfte das Glas maximal sein, damit der Trick noch funktioniert?