

0.1 Hydrostatik

1) Gold. Gold. Gold.

a) Bestimmen Sie das Volumen von 1 kg Gold.

Lösung: Die Dichte von Gold beträgt $\rho_{Au} = 19.32 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Gegeben ist die Masse $m = 1 \text{ kg}$. Mit der Definition der Dichte

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (0.1.1)$$

kann das Volumen berechnet werden:

$$V = \frac{m}{\rho} = \underline{\underline{5.176 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3}} \quad (0.1.2)$$

b) Welche Kantenlänge hat ein Würfel mit diesem Volumen?

Lösung: Aus der Kantenlänge a von einem Würfel kann das Volumen mit $V = a^3$ berechnet werden. Daraus folgt für die Kantenlänge:

$$a = \sqrt[3]{V} = \underline{\underline{0.0373 \text{ m}}} \quad (0.1.3)$$

wobei $V = 5.176 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ beträgt.

c) Das gesamte Gold, das bisher auf der Erde geschürft wurde, beläuft sich auf ca. 200'000 Tonnen. Wie gross ist die Kantenlänge eines Würfels, den man damit herstellen könnte?

Lösung: Gegeben ist die Masse $m = 2 \cdot 10^8 \text{ kg}$ und bekannt ist auch die Dichte von Gold: $\rho_{Au} = 19.32 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Das Volumen lässt sich wie folgt berechnen:

$$V = \frac{m}{\rho} \quad (0.1.4)$$

Aus dem Volumen kann die Kantenlänge wie folgt berechnet werden:

$$a = \sqrt[3]{V} \quad (0.1.5)$$

Die Gleichung (0.1.4) in (0.1.5) eingesetzt, erhält man schliesslich für die Kantenlänge:

$$a = \sqrt[3]{V} \quad (0.1.6)$$

$$= \sqrt[3]{\frac{m}{\rho}} = \underline{\underline{21.79 \text{ m}}} \quad (0.1.7)$$

2) Wie viele Luftballons mit dem Volumen von 5 Liter können mit 100 kg Helium (bei normalem Luftdruck und einer Temperatur von 0°C) befüllt werden?

Lösung: Gegeben ist die Masse von Helium $m_{He} = 100 \text{ kg}$ und bekannt ist auch die Dichte $\rho_{He} = 0.18 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Daraus kann das Volumen wie folgt berechnet werden:

$$V = \frac{m_{He}}{\rho_{He}} = 555.5 \text{ m}^3 \quad (0.1.8)$$

Es gilt $1000 \text{ l} = 1 \text{ m}^3$. Mit Dreisatz erhält man dann $5 \text{ l} = 0.005 \text{ m}^3$. Mit diesen Angaben kann die Anzahl der Luftballons berechnet werden:

$$\text{Anzahl Luftballons} = \frac{555.5 \text{ m}^3}{0.005 \text{ m}^3} = \underline{\underline{111111.1}} \quad (0.1.9)$$

- 3) Als Faustregel gilt: Gasförmige Substanzen haben eine Dichte von ca. $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, flüssige Substanzen eine Dichte von etwa $10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Kennen Sie Ausnahmen?

Lösung:

- Wolfram(VI)–Fluorid hat zum Beispiel eine Dichte von ca. $12 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.
- Quecksilber hat eine Dichte von $13.55 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

- 4) Frisch gefallener Schnee hat ca. eine Dichte von $0.20 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, Eis eine Dichte von $0.92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ und Wasser eine Dichte von $1.00 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Lösung: Gegeben sind die folgenden Dichten: $\rho_S = 0.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\rho_E = 0.92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und $\rho_W = 1.00 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

- a) Berechnen Sie die Masse und die Gewichtskraft einer 30 cm dicken Schicht frisch gefallenen Schnees auf einem Flachdach von 20 m Länge und 10 m Breite.

Lösung: Mit dem Volumen $V = 20 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} \cdot 0.3 \text{ m} = 60 \text{ m}^3$ und der Dichte ρ_S kann die Masse des Schnees berechnet werden:

$$m = \rho_S \cdot V = \underline{\underline{12000 \text{ kg}}} \quad (0.1.10)$$

Die Gewichtskraft lässt sich wie folgt berechnen:

$$|\vec{F}_G| = m \cdot g = \underline{\underline{117720 \text{ N}}} \quad (0.1.11)$$

- b) Berechnen Sie, wie viel Liter Wasser entstehen, wenn dieser Schnee schmilzt. Die Masse der Luft im Schnee ist zu vernachlässigen.

Lösung: Gegeben sind die Masse $m = 12000 \text{ kg}$ und die Dichte ρ_W . Daraus kann das Volumen des Wassers berechnet werden:

$$V = \frac{m}{\rho_W} = \underline{\underline{12 \text{ m}^3}} = \underline{\underline{12000 \text{ l}}} \quad (0.1.12)$$

- c) Berechnen Sie, wie viel cm^3 Luft in 1 dm^3 Schnee enthalten sind. Hinweis: In Schnee liegt Wasser als Eis vor, die Masse der Luft im Schnee ist wieder zu vernachlässigen.

Lösung: In den 60 m^3 Schnee befinden sich $m = 12 \cdot 10^3 \text{ kg}$ Wasser in Form von Eis. Dieses Eis hat das Volumen:

$$m = \rho_E \cdot V_E \quad (0.1.13)$$

$$\Leftrightarrow V_E = \frac{m}{\rho_E} = 13 \text{ m}^3 \quad (0.1.14)$$

Somit befinden sich in den 60 m^3 Schnee $60 \text{ m}^3 - 13 \text{ m}^3 = 47 \text{ m}^3$ Luft. Mit Dreisatz kann das Volumen der Luft in 1 dm^3 Schnee berechnet werden:

$$V_L = \frac{47 \text{ m}^3}{60 \text{ m}^3} \cdot 1 \text{ dm}^3 = 0.78 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{780 \text{ cm}^3}} \quad (0.1.15)$$

- 5) Am Tor eines Holzwerks sind die Dichten verschiedener Holzarten für frisch gefällte Bäume angegeben: Fichte: $\rho_F = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, Tanne: $\rho_T = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und Buche: $\rho_B = 1100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

- a) Ein Holztransporter hat 30 m^3 Holz einer Art geladen. Im Holzwerk wird mit einer Waage die Masse des geladenen Holzes bestimmt. Der Transporter hat 27000 kg Holz geladen. Entscheiden Sie mit Hilfe einer Rechnung, welche Holzart der Transporter geladen hat.

Lösung: Gegeben sind das Volumen $V = 30 \text{ m}^3$ und die Masse $m = 27000 \text{ kg}$. Daraus folgt für die Dichte:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{27000 \text{ kg}}{30 \text{ m}^3} = \underline{\underline{900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \quad (0.1.16)$$

Der Holztransporter hat somit Tannenholz geladen.

- b) Der Stamm einer frisch geschlagenen Buche hat im Durchschnitt ein Volumen von $V = 0.60 \text{ m}^3$. Berechnen Sie die Masse m des Holzstamms. Bestimmen Sie weiter, wie viele Holzstämme ein LKW maximal aufladen darf, wenn der LKW 19800 kg aufladen darf.

Lösung: Das Volumen eines frisch geschlagenen Buchenholzstamms beträgt $V_B = 0.60 \text{ m}^3$. Mit der Dichte des Buchenholzes ρ_B kann die Masse m_B von einem Stamm berechnet werden:

$$m_B = \rho_B \cdot V_B = 660 \text{ kg} \quad (0.1.17)$$

Die gesamte Masse beträgt $m_{tot} = 19800 \text{ kg}$. Daraus folgt für die Anzahl n der Holzstämme:

$$n = \frac{m_{tot}}{m_B} = \underline{\underline{30}} \quad (0.1.18)$$

- c) Wie viel Kubikmeter Fichtenholz darf ein LKW maximal aufladen, wenn der LKW 20000 kg zuladen darf?

Lösung: Mit der Masse $m = 20000 \text{ kg}$ und der Dichte ρ_F kann das Volumen berechnet werden:

$$V = \frac{m}{\rho_F} = \underline{\underline{25 \text{ m}^3}} \quad (0.1.19)$$

- d) Vor dem Holzwerk stoppt die Polizei einen LKW mit Buchenholz. Laut den Fahrzeugpapieren darf der LKW insgesamt 27000 kg Holz zuladen. Die Polizisten vermessen grob die Aussenmasse der Ladung und stellen dabei folgendes fest: Die Ladung ist 5 m lang, 2 m breit und 2.5 m hoch. Begründen Sie, ob der LKW-Fahrer zu viel Holz aufgeladen hat und eine Strafe bekommt oder ob die Polizei den LKW weiterfahren lassen kann.

Lösung: Mit der Länge $l = 5 \text{ m}$, Breite $b = 2 \text{ m}$ und der Höhe $h = 2.5 \text{ m}$ kann zuerst das Volumen der Ladung berechnet werden:

$$V = l \cdot b \cdot h = 25 \text{ m}^3 \quad (0.1.20)$$

Wenn dieses Volumen komplett mit Buchenholz gefüllt wäre, beträgt die Masse m_B :

$$m_B = \rho_B \cdot V = 27500 \text{ kg} \quad (0.1.21)$$

Damit hätte der LKW etwas zu viel aufgeladen. Da Holzstämme aber rund sind und sich so auch Luft in dem von der Polizei bestimmten Volumen befindet, wird die tatsächliche geladene Holzmasse geringer sein.

- 6) Sirius B ist ein Stern, der zur Klasse der "weissen Zwerge" gehört. Er hat eine Dichte von ca. $10^6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.
- a) Berechnen Sie, welches Volumen ein Mensch mit 75 kg hätte, wenn er aus dem gleichen Material wie Sirius B bestünde.

Lösung: Gegeben sind die Dichte $\rho = 10^6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 10^9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und die Masse $m = 75 \text{ kg}$. Mit diesen Angaben kann das Volumen wie folgt berechnet werden:

$$V = \frac{m}{\rho} = \underline{\underline{7.5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3}} = \underline{\underline{7.5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^3}} \quad (0.1.22)$$

- b) Vergleichen Sie das errechnete Volumen aus a) mit dem Volumen eines Likörgläschens von ca. 5 cm^3 .

Lösung: Für das Verhältnis des Volumens des Likörgläschens zum Volumen des "Weissen-Zwerg-Menschen" gilt:

$$\frac{5 \text{ cm}^3}{7.5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^3} = 66.\bar{6} \approx \underline{\underline{67}} \quad (0.1.23)$$

Das Volumen des "Weissen-Zwerg-Menschen" ist nur etwa der siebenundsechzigste Teil des Volumens des Likörgläschens.

- 7) Neutronensterne sind Sterne, die nur aus Neutronen bestehen. Sie haben eine Dichte von ungefähr $10^{15} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Berechnen Sie das Volumen eines mittleren Personenautos (ca. 1.5 t), wenn es ausschliesslich aus Neutronen bestünde.

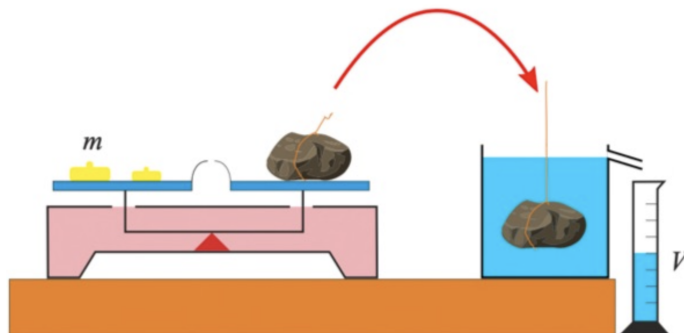
Lösung: Gegeben sind die Dichte $\rho = 10^{15} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 10^{18} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und die Masse $m = 1500 \text{ kg}$. Mit diesen Angaben folgt für das Volumen:

$$V = \frac{m}{\rho} = \underline{\underline{1.5 \cdot 10^{-15} \text{ m}^3}} = \underline{\underline{1.5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3}} = \underline{\underline{1.5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^3}} \quad (0.1.24)$$

- 8) Beschreiben Sie mithilfe einer Skizze, wie man vorzugehen hat, um die Dichte eines unregelmässig geformten Steins zu bestimmen.

Lösung: Zunächst bestimmt man die Masse des Steins. Dies kann einfach mit einer digitalen Waage gemessen werden. Anschliessend wird das Volumen des unregelmässigen Körpers mithilfe eines Überlaufgefässes und eines Messzylinders festgestellt: Der Stein verdrängt im Überlaufgefäss ein Wasservolumen, das seinem eigenen Volumen gleich ist. Das überlaufende Wasser wird in einem Messzylinder aufgefangen und gemessen. Die Dichte des Steins ergibt sich dann als Quotient aus seiner Masse und seinem Volumen, also

$$\rho_{\text{Stein}} = \frac{m_{\text{Stein}}}{V_{\text{Stein}}} \quad (0.1.25)$$



- 9) Die SI-Einheit für den Druck ist das Pascal (Pa). Daneben gibt es als weitere in der Schweiz gesetzlich zugelassene Einheit das Bar (bar) und seine Untereinheit Millibar (mbar). Die Meteorologen verwenden die Untereinheit Hektopascal (hPa). Im Alltag brauchen viele Leute immer noch die (veralteten, nicht mehr zugelassenen) Einheiten Atmosphäre (at) und Atmosphärenüberdruck (atü). Diese Vielfalt von Einheiten für den Druck macht häufig Umrechnungen nötig. Rechnen Sie die angegebenen Grössen um.

- a) 1000 Pa in hPa, bar und mbar.

Lösung:

$$1000 \text{ Pa} \hat{=} 10 \text{ hPa} \hat{=} 0.01 \text{ bar} \hat{=} 10 \text{ mbar} \quad (0.1.26)$$

- b) 1020 hPa in Pa, bar und mbar.

Lösung:

$$1020 \text{ hPa} \hat{=} 102000 \text{ Pa} \hat{=} 1.02 \text{ bar} \hat{=} 1020 \text{ mbar} \quad (0.1.27)$$

- c) 0.60 bar in Pa, hPa und mbar.

Lösung:

$$0.60 \text{ bar} \hat{=} 60000 \text{ Pa} \hat{=} 600 \text{ hPa} \hat{=} 600 \text{ mbar} \quad (0.1.28)$$

- d) 950 mbar in Pa, hPa und bar.

Lösung:

$$950 \text{ mbar} \hat{=} 95000 \text{ Pa} \hat{=} 950 \text{ hPa} \hat{=} 0.95 \text{ bar} \quad (0.1.29)$$

- e) 2.4 at in bar.

Lösung:

$$2.4 \text{ at} \hat{=} 2.352 \text{ bar} \quad (0.1.30)$$

- f) 1.9 atü in at und bar.

Lösung:

$$1.9 \text{ atü} \hat{=} 2.9 \text{ at} \hat{=} 2.842 \text{ bar} \quad (0.1.31)$$

- 10) Wie gross ist der mittlere Druck, der in folgenden Fällen auf die Unterlage wirkt?

- a) Ein 84 kg schwerer Mann steht auf einem Bein und berührt den Boden auf einer Fläche von 1.4 dm^2 .

Lösung: Gegeben sind die Masse $m = 84 \text{ kg}$ und die Fläche $A = 1.4 \text{ dm}^2 = 0.014 \text{ m}^2$. Der Druck lässt sich nun wie folgt berechnen:

$$p = \frac{|\vec{F}|}{A} \quad (0.1.32)$$

$$= \frac{|\vec{F}_G|}{A} \quad (0.1.33)$$

$$= \frac{m \cdot g}{A} = \underline{\underline{58860 \text{ Pa}}} \quad (0.1.34)$$

- b) Ein Elefant von 1.8 Tonnen Masse belastet gleichmässig seine vier Füsse mit je 380 cm^2 Auflagefläche.

Lösung: Gegeben sind die Masse $m = 1800 \text{ kg}$ und die Fläche $A = 380 \text{ cm}^2 = 0.038 \text{ m}^2$. Die Kraft beträgt $|\vec{F}| = |\vec{F}_G| = m \cdot g = 17658 \text{ N}$. Die Gewichtskraft pro Fuss des Elefanten beträgt:

$$|\vec{F}_1| = \frac{|\vec{F}|}{4} = 4414.5 \text{ N} \quad (0.1.35)$$

Mit diesen Angaben kann der Druck pro Fussfläche berechnet werden:

$$p = \frac{|\vec{F}_1|}{A} = \underline{\underline{116171.1 \text{ Pa}}} \quad (0.1.36)$$

- c) Eine Frau von 50 kg tritt mit ihrem ganzen Gewicht auf einen spitzen Absatz mit 50 mm^2 Auflagefläche.

Lösung: Gegeben sind die Masse $m = 50 \text{ kg}$ und die Fläche $A = 50 \text{ mm}^2 = 0.00005 \text{ m}^2$. Daraus folgt für den Druck:

$$p = \frac{|\vec{F}|}{A} \quad (0.1.37)$$

$$= \frac{|\vec{F}_G|}{A} \quad (0.1.38)$$

$$= \frac{m \cdot g}{A} = \underline{\underline{9810 \text{ kPa}}} \quad (0.1.39)$$

- d) Eine Skifahrerin von 60 kg belastet gleichmässig ihre beiden 170 cm langen und 70 mm breiten Skier.

Lösung: Gegeben sind die Masse $m = 60 \text{ kg}$, die Länge $l = 1.7 \text{ m}$ und die Breite $b = 0.07 \text{ m}$. Daraus kann die Fläche berechnet werden:

$$A = l \cdot b = 0.119 \text{ m}^2 \quad (0.1.40)$$

Die Kraft, welche auf ein Ski wirkt, beträgt:

$$|\vec{F}_1| = \frac{|\vec{F}|}{2} \quad (0.1.41)$$

$$= \frac{m \cdot g}{2} = 294.3 \text{ N} \quad (0.1.42)$$

Somit beträgt der Druck, welcher auf ein Ski wirkt:

$$p = \frac{|\vec{F}_1|}{A} = \underline{\underline{2473.1 \text{ Pa}}} \quad (0.1.43)$$

- e) Ein Schuhmacher sticht mit einer Kraft von 2 N eine Stecknadel, deren Spitze eine Fläche von 0.01 mm^2 aufweist, in ein Stück Leder.

Lösung: Gegeben sind die Kraft $|\vec{F}| = 2 \text{ N}$ und die Fläche $A = 0.01 \text{ mm}^2 = 10^{-8} \text{ m}^2$. Daraus kann der Druck berechnet werden:

$$p = \frac{|\vec{F}|}{A} = \underline{\underline{2 \cdot 10^8 \text{ Pa}}} \quad (0.1.44)$$

- 11) In einer Wasserleitung herrscht ein Druck von 5.3 bar. Welche Kraft braucht man, um die Öffnung eines Wasserhahns zuzuhalten? Die Fläche des Wasserhahns beträgt 1.4 cm^2 .

Lösung: Gegeben sind der Druck $p = 5.3 \text{ bar} = 530000 \text{ Pa}$ und die Fläche $A = 1.4 \text{ cm}^2 = 0.00014 \text{ m}^2$. Mit den gegebenen Angaben kann die Kraft berechnet werden:

$$|\vec{F}| = p \cdot A = \underline{\underline{74.2 \text{ N}}} \quad (0.1.45)$$

- 12) Die Scheibenbremsen eines Autos sollen mit 10 kN angepresst werden. Der Druck in der Bremsleitung erreicht 200 bar. Welche Fläche muss der Bremskolben folglich haben?

Lösung: Gegeben sind die Kraft $|\vec{F}| = 10000 \text{ N}$ und der Druck $p = 200 \text{ bar} = 2 \cdot 10^7 \text{ Pa}$. Daraus kann die Fläche berechnet werden:

$$A = \frac{|\vec{F}|}{p} = 0.0005 \text{ m}^2 = \underline{\underline{5 \text{ cm}^2}} \quad (0.1.46)$$

- 13) Erdgasleitungen werden mit einer Wandstärke von 2 cm für einen Betriebsdruck bis zu 170 bar ausgelegt. Welche Kraft wirkt in der Leitung auf eine Begrenzungsfläche von 7 cm^2 ?

Lösung: Gegeben sind der Druck $p = 170 \text{ bar} = 1.7 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ und die Fläche $A = 7 \text{ cm}^2 = 0.0007 \text{ m}^2$. Die Kraft beträgt somit:

$$|\vec{F}| = p \cdot A = \underline{\underline{11.9 \text{ kN}}} \quad (0.1.47)$$

- 14) Mit dem Druck in der Wasserleitung (ca. 2.5 bar) soll ein Wagen mit der Masse von 5000 kg um 2 m angehoben werden.

- a) Welche Querschnittsfläche muss der Kolben mindestens haben?

Lösung: Gegeben sind der Druck $p = 2.5 \text{ bar} = 2.5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, die Masse $m = 5000 \text{ kg}$ und die Höhe $h = 2 \text{ m}$. Die Fläche beträgt:

$$A = \frac{|\vec{F}|}{p} \quad (0.1.48)$$

$$= \frac{|\vec{F}_G|}{p} \quad (0.1.49)$$

$$= \frac{m \cdot g}{p} = \underline{\underline{0.1962 \text{ m}^2}} \quad (0.1.50)$$

- b) Wieviel Wasser ist dazu notwendig?

Lösung: Das Volumen kann mithilfe der Fläche A und der Höhe h berechnet werden:

$$V = A \cdot h = 0.3924 \text{ m}^3 = \underline{\underline{392.41}} \quad (0.1.51)$$

- 15) Berechnen Sie den Druck, der 10 cm unter der Oberfläche von Wasser, Alkohol und Quecksilber besteht. Die Dichten finden Sie in Ihrem Formelbuch oder Sie können im Internet (z.B. Wikipedia) nachschlagen.

Lösung: Gegeben sind die folgenden Größen: $h = 0.1 \text{ m}$, $\rho_{H_2O} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\rho_{Alk} = 810 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\rho_{Hg} = 13550 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Lösung: Der Druck, der $h = 0.1 \text{ m}$ unter der Oberfläche der drei Flüssigkeiten besteht, lässt sich wie folgt berechnen:

$$p_{H_2O} = \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h = \underline{981 \text{ Pa}} \quad (0.1.52)$$

$$p_{Alk} = \rho_{Alk} \cdot g \cdot h = \underline{794.61 \text{ Pa}} \quad (0.1.53)$$

$$p_{Hg} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h = \underline{13292.55 \text{ Pa}} \quad (0.1.54)$$

- 16) Wie hoch muss eine Quecksilbersäule sein, die den Druck von 1 bar erzeugt?

Lösung: Die Dichte von Quecksilber beträgt $\rho_{Hg} = 13550 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und der Schweredruck beträgt $p = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$. Die Tiefe (bzw. die Höhe) lässt sich wie folgt berechnen:

$$p = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h \quad (0.1.55)$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{p}{\rho_{Hg} \cdot g} = \underline{0.752 \text{ m}} \quad (0.1.56)$$

- 17) Der schweizer Tiefseeforscher Jaques Piccard tauchte am 23. Januar 1960 zusammen mit dem amerikanischen Marineleutnant Don Walsh mit der Trieste (Abbildung 1) auf den Grund des Challenger-Tiefs im Marianengraben. Sie erreichten dabei eine Tiefe von fast 11000 Metern. Wie gross war der absolute Druck? Wie gross ist dort die Kraft auf 1 cm^2 grosse Oberfläche einer Taucherkugel? Wirken die Kräfte nur auf die obere Halbkugel? Ist die Kraft auf 1 cm^2 überall exakt gleich gross?

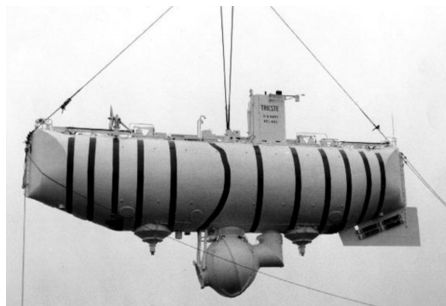


Abbildung 1: Trieste U-Boot

Lösung: Gegeben sind die Tiefe $h = 11000 \text{ m}$, die Fläche $A = 1 \text{ cm}^2 = 0.0001 \text{ m}^2$ und die Dichte von Wasser $\rho_{H_2O} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Der Luftdruck beträgt $p_L = 1 \text{ bar}$. Der Schweredruck lässt sich wie folgt berechnen:

$$p_{H_2O} = \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h = 1.0791 \cdot 10^8 \text{ Pa} = 1079.1 \text{ bar}. \quad (0.1.57)$$

Der absolute Druck beträgt:

$$p = p_{H_2O} + p_L = \underline{1079.1 \text{ bar Wasserdruck} + 1 \text{ bar Luftdruck} = \underline{1080.1 \text{ bar}}} \quad (0.1.58)$$

Die Kraft auf eine 0.0001 m^2 grosse Oberfläche beträgt:

$$|\vec{F}| = p \cdot A = \underline{10801 \text{ N}} \quad (0.1.59)$$

Die Kräfte wirken von allen Seiten, unten jedoch ein bisschen grösser.

- 18) Welche Kraft wirkt auf 1.0 cm^2 der Körperoberfläche einer Taucherin in 50 m Tiefe? Der Luftdruck an der Wasseroberfläche beträgt 960 hPa.

Lösung: Gegeben sind die Tiefe $h = 50 \text{ m}$, die Fläche $A = 1 \text{ cm}^2 = 0.0001 \text{ m}^2$, die Dichte von Wasser $\rho_{H_2O} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und der Luftdruck an der Wasseroberfläche $p_L = 96000 \text{ Pa}$. Der absolute Druck beträgt:

$$p = p_{H_2O} + p_L \quad (0.1.60)$$

$$= \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h + p_L = 586500 \text{ Pa} \quad (0.1.61)$$

Die Kraft auf die Körperoberfläche berechnet sich nun folgendermassen:

$$|\vec{F}| = p \cdot A = \underline{\underline{58.65 \text{ N}}} \quad (0.1.62)$$

- 19) Der Physiker E. Torricelli (1608 – 1647) aus Italien untersuchte den Luftdruck. Er füllte ein einseitig offenes Rohr vollständig mit Quecksilber, drehte es um und tauchte das offene Ende in ein mit Quecksilber gefülltes Becken. Oben im Glasrohr herrscht Vakuum. Die Höhe der Quecksilbersäule variiert mit dem Luftdruck. Bei Normaldruck ist die Quecksilbersäule 760 mm hoch; berechnen Sie diesen Druck in bar und hPa.

Lösung: Mit der Dichte von Quecksilber $\rho_{Hg} = 13550 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und der Höhe $h = 0.76 \text{ m}$ erhält man für den Druck:

$$p = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h = \underline{\underline{101023.38 \text{ Pa}}} = \underline{\underline{1.0102338 \text{ bar}}} \quad (0.1.63)$$

- 20) Welche vertikale Ausdehnung (Höhe) hätte die Lufthülle der Erde, wenn sie bei einem Druck von 1.0 bar auf Meereshöhe über die ganze Höhe eine konstante Dichte von $1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ hätte?

Lösung: Gegeben sind der Druck $p = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ und die Dichte $\rho = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Mit diesen Angaben kann die Höhe h berechnet werden:

$$p = \rho \cdot g \cdot h \quad (0.1.64)$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \underline{\underline{8494.7 \text{ m}}} \quad (0.1.65)$$

- 21) Anwendungen

- a) Man sagt häufig, man sauge mit einem Trinkhalm eine Flüssigkeit hoch. Was meint man eigentlich damit? Ist saugen der korrekte Ausdruck?

Lösung: Das Wasser wird durch den Luftdruck hochgedrückt ist korrekt.

- b) Kann man mit einer Vakuumpumpe aus einem 12 m tiefen Brunnen Wasser hochsaugen?

Lösung: Nein, höchstens 10 m.

- 22) Ein 15 m langer durchsichtiger Wasserschlauch wird vollständig mit luftfreiem Wasser gefüllt. Ein Ende des Schlauchs wird verschlossen, das andere in eine wassergefüllte Wanne gehalten. Was geschieht, wenn man das verschlossene Ende 14 m hochzieht, während das andere Ende im Wasser bleibt?

Lösung: Die Wassersäule geht im Schlauch nur bis ca. 10 m. Der Luftdruck kann das Wasser nicht weiter hochdrücken.

- 23) Füllen Sie ein Glas mit ebenem Rand ganz mit Wasser, legen Sie ein Papierblatt auf und drehen Sie dann das Glas schnell um.

a) Warum läuft das Wasser nicht aus?

Lösung: Das Wasser wird vom Luftdruck im Glas gehalten. Der Druck durch die Wassersäule im Glas ist kleiner als der Luftdruck. Somit wirkt eine Kraft auf das Blatt gegen oben und das Wasser tritt nicht aus.

b) Welcher Druck herrscht oben am Boden des Glases (Höhe des Glases 30 cm, Luftdruck 1 bar.)?

Lösung: Gegeben sind der Luftdruck $p_L = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ und die Höhe des Glases $h = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$. Die Dichte von Wasser beträgt $\rho_{H_2O} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Der Druck oben am Boden des Glases lässt sich wie folgt berechnen:

$$p = p_L - p_{H_2O} \quad (0.1.66)$$

$$= p_L - \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h = \underline{\underline{970 \text{ hPa}}} \quad (0.1.67)$$

c) Wie hoch dürfte das Glas maximal sein, damit der Trick noch funktioniert?

Lösung: Theoretisch maximal ca. 10 m.